

加筋土坡的可能滑移模式和基于库仑理论的稳定分析方法

陈祖煜^{1,2} 宗露丹¹ 孙平²

(1.浙江大学, 浙江杭州 310058; 2.中国水利水电科学研究院, 北京 100048)

摘要: 加筋土坡因其填方量少、工期短、经济安全等优势在国内外已得到广泛应用, 故其稳定性分析也显得尤为重要。目前, 已有多位学者将极限分析上限定理运用于加筋土坡的稳定性分析中, 并假定水平条块速度间断面。然而在其分析过程中, 构造的速度场并不符合位移协调条件。本文提出了由于筋材的隔断作用形成的斜向界面破坏模式, 并计算相应速度场式, 分别提出主动、库仑、被动三种滑移模式。通过计算比较发现, 在加筋间距较密时, 库仑模式总是相应安全系数最小的控制工况。实际工作中, 可以只使用这一概念清晰、计算简便的方法分析加筋土坡的稳定性。为方便工程设计快速获取安全系数或筋材间距, 将土坡各参数进行无量纲化, 绘制了安全系数图, 并与 Michalowski 设计图表进行对比, 验证了本文算法的有效性。且针对多个实际工程算例进行验算, 验证了库仑模式上限法的可行性。

关键词: 加筋土坡 极限分析 上限定理 变形协调条件 安全系数

中图分类号: TU457

文献标识码: A

文章编号:

Investigation on possible failure modes of geotextile reinforced slopes and coulomb's approach to stability analysis

Chen Zuyu^{1,2} Zong Ludan¹ Sun Ping²

(1.Zhejiang University, Hangzhou 310058,China; 2. China Institute of Water Resources and Hydropower,Beijing100044,China)

Abstract : Geotextiles have found wide applications in slope reinforcement engineering to reduce embankment volume, shorten construction period and obtain economic and safe approaches. The stability analysis method for slopes with geotextile reinforcement is a topic of common concern. A number of publications have dealt with the upper bound method of plasticity in finding its factor of safety. However the authors found that many of them wrongly adopted the velocity directions that violated the condition of deformation compatibility. This paper proposed three possible failure patterns named as active, Coulomb's and passive modes, based on different slip surfaces and the inclined slice interfaces. It has been found that within the design range for geo-rib spacing of our professional practice, the Coulomb's mode that adopts a straight line slip surface always gave the smallest factor of safety. This simple and clearly defined method can be used exclusively in the stability analysis for geotextile reinforced slopes. Stability charts have been developed for rapid evaluations of factor of safety and geo-rib spacing based on several dimensionless parameters. And it was compared with the Michalowski design charts, which verified the effectiveness of the Coulomb's modes. Applicability of this upper bound Coulomb's mode method proposed in this paper has also been proved by several practical projects built in China.

Keywords : geotextile reinforced slope; limit analysis; upper bound method; deformational compatibility condition; factor of safety

E-mail: chenzuyu@iwhr.com

引 言

加筋土坡在岩土工程中获得了越来越广泛的应用, 目前已建高度已超过 60m, 因而对加筋边坡设计

相关的稳定分析方法开展深入研究具有十分重要的意义。目前国外规范^[1,2]一般考虑边坡坡度小于 70° 的情况。现有的分析方法是以前未加筋的自然或工程边坡稳定分析方法为起点形成的, 大致可以分为以下两个体系。

(1) 建立在静力平衡条件基础上的极限平衡法。这一方法将滑动土体分为若干具有垂直界面的条块, 在对条块界面作用力的某些分量做出经验性的假定以

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 项目 (2014CB047000)

作者简介: 陈祖煜, 博士, 院士。

收稿日期: 2015-06-01

后,通过力和力矩平衡条件获得边坡稳定的安全系数,如 Bishop 法、Spencer 法、Janbu 法等。

(2) 建立在位移协调条件基础上的塑性力学上限解法。这一方法将滑动土体分为若干具有倾斜界面的条块,假定沿滑面和界面均达到极限平衡,通过流动法则获得条块的协调位移场(速度场)后,通过功能平衡方程获得安全系数。根据上限解的原理,需要假定所有可能的滑面和条块倾斜面的模式,从中找到相应最小安全系数的临界滑移模式。W. F. Chen^[3]首次使用这一方法获得与地基承载力经典理论解一致的计算结果, Michalowski^[4]曾经使用有限条块计算三维地基承载力, Donald 和陈祖煜^[5]提出对边坡滑动土体斜条分的数值分析方法,成功获得与索科洛夫斯基利用滑移线理论提供的一系列理论解一致的计算成果。

Leshchinsky^[6,7]则通过对比对数螺旋线和直线破坏机制,基于极限平衡法提供了相应的设计图表,且将筋材所提供的最大拉力考虑为筋材的抗拔强度,并认为当加筋土坡坡角较陡、加筋数量较少时,最危险滑裂面由对数螺旋线转变为直线。

极限平衡法的垂直条块界面必然通过一系列的垂直加筋层,因而难以真实地模拟边坡破坏的实际形态。将滑动土体划分成基本接近于水平加筋材料方向的条块可以保证其不通过加筋材料,有可能得到符合加筋材料破坏真实形态的比较合理的安全系数解答。在以往的研究中,许多学者开始建立在水平滑动面和机动位移分析法基础上的加筋土边坡稳定分析方法。

徐俊、王钊^[8]将附加粘聚力运用于加筋土挡墙的上限解分析,认为筋材拉力不做功,假定滑裂面为朗肯主动滑裂面与垂直张拉裂缝相交的折线,并利用水平速度间断面将滑坡体划分为两个块体,探讨边坡破坏的临界高度。彭芳乐^[9]根据室内模型试验的破坏模式,将加筋砂土挡墙破坏形式简化为双楔形体形式,考虑筋材极限拉力做功及挡墙反力做功,对比上限解与试验结果。沈均、胡军等^[10-11]基于塑性极限分析上限定理,提出了边坡的水平条分计算模型,通过建立虚功率方程,利用强度折减得到边坡稳定性计算表达式。杨昕光、迟世春等^[12]将水平条分上限解计算模型应用到加筋边坡中,假定破坏面为任意滑动面,认为筋材做功为筋材极限抗拉力做功,利用优化算法确定加筋土石坝体的极限抗震能力。

Michalowski^[13,14]采用了以对数螺旋线为破坏机制的上限解法,只考虑了对数螺旋线破坏面上产生的能量耗散,同时忽略了土体黏聚力提供的抗力作用,认为土体强度符合无粘性土的摩尔—库仑准则,适用范围较窄。

本文回顾和讨论了前述具有代表意义的这一类加筋土坡水平条块界面的极限分析方法,发现一部分作者误用了条块间相对速度方向的问题。作者继续探索在 Donald 和陈祖煜建立的倾斜条分极限分析法理论框架下加筋土坡可能存在的合理的滑移模式。研究结果表明,相应工程实践中普遍采用的加筋材料间距,最有可能的破坏模式将回归为相应直线滑裂面的库仑模式。这一概念清晰、方法简单的分析方法可以为加筋土坡的设计提供可靠、实用的手段。为进行普适性验证,本文提供了安全系数设计图表,且与 Michalowski 设计图表进行对比,说明了本文算法的有效性。

1 理论背景和滑移模式

1.1 简要回顾

为便于理解,需要对建立在塑性力学上限定理的边坡稳定分析方法的基础理论作一简要回顾^{[5],[19]}。

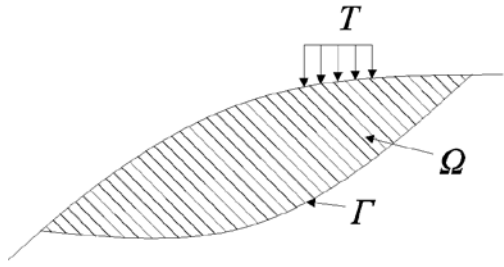
设某一处于极限状态的“真实”的结构由破坏土体 Ω 和边界 Γ 构成,如图 1(a)所示。相应表面极限荷载为 T ,内应力场为 σ_{ij} 。设另外一个推测的破坏机构 Ω^* 和 Γ^* ,如图 1(b)所示。在 Ω^* 和 Γ^* 上同样也处处达到极限状态。相应极限荷载和内应力场分别为 T^* 和 σ_{ij}^* 。假设在滑动土体内每一点按塑性力学流动法则产生一个协调的应变场 ε_{ij}^* 和 u^* ,并对“真实”的和推测的滑动机构分别进行功能平衡操作:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* dv + \int_{\Gamma} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^* ds = \int_L T u^* ds + \int_{\Omega} W u^* dv \quad (1)$$

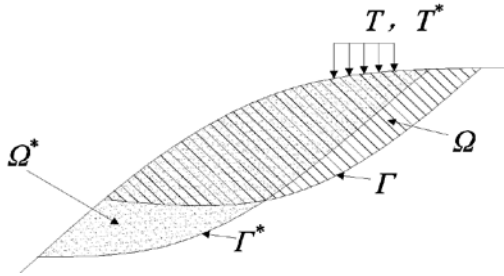
$$\int_{\Omega^*} \sigma_{ij}^* \varepsilon_{ij}^* dv + \int_{\Gamma^*} \sigma_{ij}^* \varepsilon_{ij}^* ds = \int_L T^* u^* ds + \int_{\Omega^*} W^* u^* dv \quad (2)$$

上限定理指出,按式(2)计算的 T^* 一定大于或等于按式(1)计算的 T 。

边坡稳定分析的塑性力学上限解法要求对所有推测可能的破坏机构通过式(2)计算其相应的极限荷载 T^* 。相应最小的极限荷载的那个破坏机构 Ω^* 一定最接近“真实”的破坏机构 Ω 。



(a) “真实”的破坏模式



(b) 可能的破坏模式与“真实”破坏模式比较

图1 极限分析方法“真实”的和可能的破坏模式

Fig.1 Limit analysis of the “real” and possible failure modes

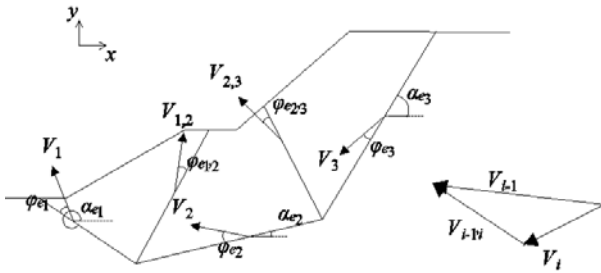


图2 计算多块体模式速度场示意图

Fig.2 Velocity field of multi-block mode

Donald 和陈祖煜^[5]提出了一个对滑动土体进行斜分条实现上述命题的数值分析方法（如图2），根据摩尔库仑相关联流动法则，由某一荷载增量引起的塑性位移增量（称为速度）与破坏面夹角为内摩擦角 φ 。因此，条块相对于底滑面的绝对速度 V_i 和条块间的相对速度 $V_{i,i-1}$ 的方向是已知的，即可根据位移协调的原则建立以下关系式：

$$V_i = V_{i-1} + (V_i - V_{i-1}) = V_{i-1} + V_{i,i-1} \quad (3)$$

这里， $V_{i,i-1}$ 是条块 i 相对于 $i-1$ 的速度。式(3)也可以写为：

$$V_i + V_{i-1,i} = V_{i-1} \quad (4)$$

其中， $V_{i-1,i}$ 是条块 $i-1$ 相对于条块 i 的速度。根据式(3)、(4)可知， V_i 和 $V_{i,i-1}$ 可由 V_{i-1} 计算获得。

获得速度场后，可采用以下在式(2)基础上的数值分析表达式计算安全系数：

$$\sum_{i=1}^n V_i (c_{ie} \cos \varphi_{ie} - u_i \sin \varphi_{ie}) L_i - \sum_{i=1}^n V_i \Delta W_i \sin(\alpha_i - \varphi_{ie}) + \sum_{i=2}^n V_{i,i-1} (c_{ie}^j \cos \varphi_{ie}^j - u_i^j \sin \varphi_{ie}^j) L_i^j = 0 \quad (5)$$

式中 c_{ie} 和 φ_{ie} 为 i 条块底滑面折减后的有效应力抗剪强度指标， u_i 为 i 条块底滑面孔隙水压力， L_i 为 i 条块底滑面的长度， ΔW_i 为 i 条块的体积力， α_i 为 i 条块底滑面的倾角， c_{ie}^j 和 φ_{ie}^j 为 i 条块交界面折减后的有效应力抗剪强度指标， u_i^j 为 i 条块交界面孔隙水压力， L_i^j 为 i 条块交界面的长度。

这里，安全系数 F 采用了强度折减的定义：

$$c_e = \frac{c}{F} \quad (6)$$

$$\tan \varphi_e = \frac{\tan \varphi}{F} \quad (7)$$

式中 c 和 φ 为土体有效应力抗剪强度指标。

式(5)中仅包含有安全系数 F 一个未知数，因此可以通过迭代求解。

1.2 加筋土坡的滑移模式

对于加筋土坡，在坡内设定倾斜界面的基本原则应该是不允许其穿越水平加筋层。国内已有相应的研究论文将上述基于斜分条的分析方法推广到具有水平条分的边坡^{[10],[11],[12]}。但本文作者认为，这一水平界面的滑移模式是不成立的，然而其它可能的滑移模式也是存在的。现对相关问题作一讨论。

1.2.1 不成立的滑移模式

图3是前述论文建议的水平条分法的滑移模式。考察位于左侧的相应速度矢量三角形，可发现论文作者提出的反映位移协调的关系是：

$$V_i + V_{i,i-1} = V_{i-1} \quad (8)$$

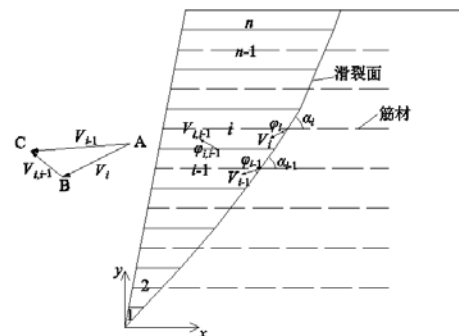


图3 边坡速度场示意图

Fig.3 Velocity field of reinforced slope

比较式(4)和式(8), 可以发现两式左边的第 2 项包含的是恰好相反的矢量。这一项究竟应该是条块 i 相对于 $i-1$ 的速度 $V_{i,i-1}$, 还是条块 $i-1$ 相对于 i 的速度 $V_{i-1,i}$, 这是必须弄清楚的一个问题。不妨举一个简单的例子。假设一个人(m)在以绝对速度 V_t 行进的车(t)上向前以 $V_{m,t}$ 的相对速度行走。人的绝对速度为 V_m , 那么应有:

$$V_t + V_{m,t} = V_m \quad (9)$$

或者改写为:

$$V_m + V_{t,m} = V_t \quad (10)$$

这里, 车(t)应为 $i-1$, 人(m)应为 i 。因此, 式(4)是正确的, 式(8)是错误的。如果上面的论述还不足令人信服, 不妨考虑一种特殊情况。假如条块 $i-1$ 静止不动, 即 $V_{i-1} = 0$, 那么, 条块 i 的绝对速度应等于条块 i 相对于条块 $i-1$ 的相对速度, 即 $V_i = V_{i,i-1}$ 。式(3)或者式(4)可以获得此式, 而式(8)会导致 $V_i = -V_{i,i-1}$ 。这显然是错误的。

对于一个内凹形的曲线滑裂面, 在图(3)所示速度三角形中, V_{i-1} 必处于 V_i 的上方。因此, 要在三角形的顶点 B 向 C 引一个向量形成一个相对速度, 这个矢量必须是向上的。大概因为这一原因, 前述论文作者都将 $V_{i,i-1}$ 放到了式(8)左边的每个 2 项中了。如果要用正确的相对速度 $V_{i-1,i}$ 来代替它, 那么, 由于该向量的方向一定是向下的, V_i 、 V_{i-1} 和 $V_{i-1,i}$ 就无法形成闭合的三角形。因此, 沿水平界面滑移的模式在上限解理论体系内是不成立的。需要指出的是, 还有一些建立在极限分析基础上的加筋边坡的分析方法, 虽然没有使用水平条分分析, 但在计算速度场时, 也包含了同样的错误^{[8],[9]}。

1.2.2 可能的滑移模式

加筋材料是由若干筋条构成的网状结构, 筋材仅覆盖下卧土面积的 20~30% 左右。因此土体内部其他可能形成的倾斜滑移面在提供的抗力特性方面和水平面不会有很大的区别。如果这些倾斜滑移面可以形成满足位移协调的滑移模式, 则都可以对其进行上限法的求解。更进一步, 上述内凹形的曲线滑裂面也未必是唯一的一种滑裂面。直线滑裂面显然是一种可能的滑移模式。外凸形曲线滑裂面可以使 V_i 处于 V_{i-1} 的下

方, 从而可以容纳方向向下的 $V_{i-1,i}$, 因而也可以作为考察对象。以下, 我们提出建立在 3 种可能的滑移模式基础上的加筋土坡稳定分析方法。其基本原则是在确定加筋边坡的内部滑移模式时, 不允许条块界面穿越加筋层。

3 建立在 3 种可能的滑移模式基础上的加筋土坡稳定分析方法

3.1 主动滑移模式

这一滑动模式采用内凹式曲线滑动面和向内倾斜的界面, 倾斜界面由连接上下相邻的两个加筋条分别与坡面和滑面的交点形成的直线组成, 且将各倾斜界面与水平面的夹角表示为 θ , 如图 4 表示。由 V_{i-1} , $V_{i,i-1}$ 和 V_i 构成的矢量三角形如该图左侧所示。其中 V_i , V_{i-1} 和 $V_{i,i-1}$ 与 x 轴的夹角均定义为从 x 轴正方向逆时针旋转的角度, 即分别为: $\pi + \alpha_i - \varphi$ 、 $\pi + \alpha_{i-1} - \varphi$ 、 $2\pi - \theta_i + \varphi$ 。据此, 我们可以根据正弦定理利用 V_{i-1} 计算 V_i 和 $V_{i,i-1}$ 。

$$V_i = V_{i-1} \frac{\sin(\alpha_{i-1} + \theta_i - 2\varphi)}{\sin(\alpha_i + \theta_i - 2\varphi)} \quad (11)$$

$$V_{i,i-1} = V_{i-1} \frac{\sin(\alpha_i - \alpha_{i-1})}{\sin(\alpha_i + \theta_i - 2\varphi)} \quad (12)$$

为简化计算, 我们假定边坡为均质土坡, 因此各条块的界面与底滑面均采用相同的摩擦角 φ 。对于绝大多数的加筋土坡, 这一假定是适用的。对于包含有多种土层的边坡, Donald 和陈祖煜^[5]给出了具有一般意义的计算公式。

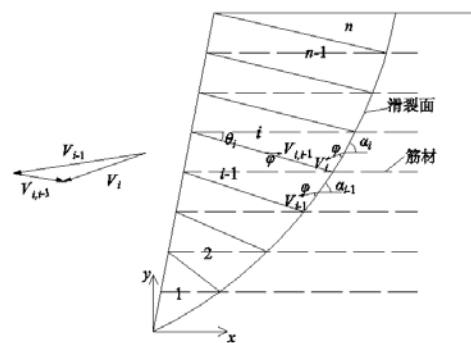


图 4 主动滑移模式

Fig.4 Active slip mode

3.2 库仑滑移模式

这一滑动模式采用直线滑动面和向内 (或向外) 倾斜的界面, 如图 5 表示。鉴于 V_{i-1} 和 V_i 方向是相同的, 故有:

$$V_i = V_{i-1} \quad (13)$$

$$V_{i,i-1} = 0 \quad (14)$$

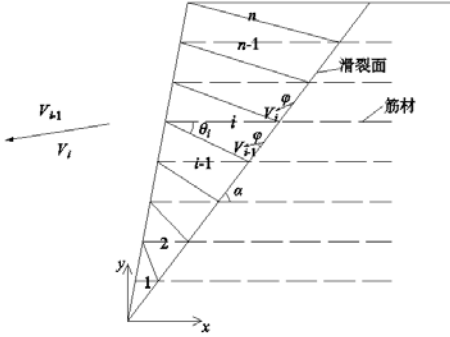


图5 库仑滑移模式

Fig.5 Coulomb slip mode

3.3 被动滑移模式

这一滑动模式采用外凸式曲线滑动面和向外倾斜的界面，各条块倾斜界面与水平方向的夹角同样表示为 θ ，如图6表示。由 V_{i-1} 、 $V_{i,i-1}$ 和 V_i 构成的矢量三角形如该图左侧所示。其中 V_i 、 V_{i-1} 和 $V_{i,i-1}$ 与 x 轴的夹角均定义为从 x 轴正方向逆时针旋转的角度，即分别为：

$\pi + \alpha_i - \varphi$ 、 $\pi + \alpha_{i-1} - \varphi$ 、 $\pi + \theta_i - \varphi$ 。据此，我们可以根据正弦定理利用 V_{i-1} 计算 V_i 和 $V_{i,i-1}$ 。

$$V_i = V_{i-1} \frac{\sin(\alpha_{i-1} - \theta_i)}{\sin(\alpha_i - \theta_i)} \quad (15)$$

$$V_{i,i-1} = V_{i-1} \frac{\sin(\alpha_{i-1} - \alpha_i)}{\sin(\alpha_i - \theta_i)} \quad (16)$$

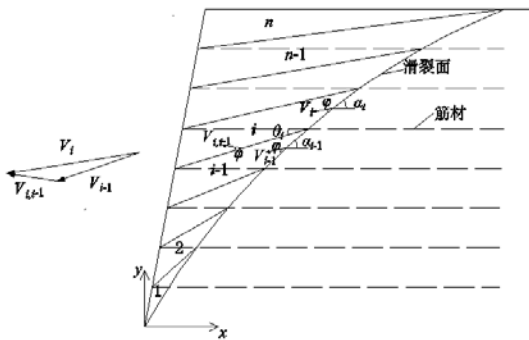


图6 被动滑移模式

Fig.6 Passive slip mode

3.4 上限法的求解模式

上限解法通过外力功和内能耗散平衡获得计算安全系数的控制方程，且认为筋材的内力功为筋材拉力在滑动层内所做的功^[15]。在考虑筋材的内能耗散时，Michalowski^[13]曾提出三角形和矩形两种分布形式。但具体的筋材强度分布形式很难确定。考虑到目前国内

外绝大多数相关的研究论文都基于均匀分布这个假定，故本文暂且仍假定为在极限状态时各层筋材均发挥了最大强度。故考虑筋材拉力做功的功能平衡控制方程可表示为式(17)，且文献[9]、[12]也用此法计算。

$$\sum_{i=1}^n V_i (c_{ie} \cos \varphi_{ie} - u_i \sin \varphi_{ie}) L_i - \sum_{i=1}^n V_i \Delta W_i \sin(\alpha_i - \varphi_{ie}) + \sum_{i=2}^n V_{i,i-1} (c_{ie}^j \cos \varphi_{ie}^j - u_i^j \sin \varphi_{ie}^j) L_i^j + \sum_{i=1}^{n-1} T_i V_i \cos(\alpha_i - \varphi_{ie}) = 0 \quad (17)$$

式中的 T_i 为筋材单宽极限拉力，出于筋材机械损伤等安全性考虑，需要考虑一定的折减系数。

针对不同的滑移模式，分别将 3.1~3.3 节获得的 V_i 代入式(17)，计算即可算出相应滑动模式的安全系数。鉴于式(17)左、右侧都是 V_1 的线性函数，在计算中将消去，因此在求解时通常将 V_1 设为 1，从而获得各条块的底滑面绝对速度及条块交界面的相对速度。并根据塑性力学上限解法要求对多个滑移面进行分析，从中找到相应安全系数最小的临界滑裂面。

4 适用性考核

4.1 算例

以图5所示的简单均质加筋边坡为例，边坡坡高 $H=40\text{m}$ ，坡角 $\beta=70^\circ$ ，土体重度 $\gamma=17.8\text{kN/m}^3$ ，筋材的抗拉强度 $T=136\text{kN/m}$ ，加筋间距 $S_v=2\text{m}$ ，土体黏聚力 $c=20\text{kPa}$ ，内摩擦角 $\varphi=30^\circ$ 。出于安全考虑，将筋材抗拉强度进行折减，折减系数为 1.5，下同。

4.1.1 库仑滑移模式

对该算例的库仑滑移模式进行试算，根据式(13)、(14)计算速度场，根据式(17)计算加筋边坡安全系数，其试算滑裂面位置及相应安全系数如图7所示。

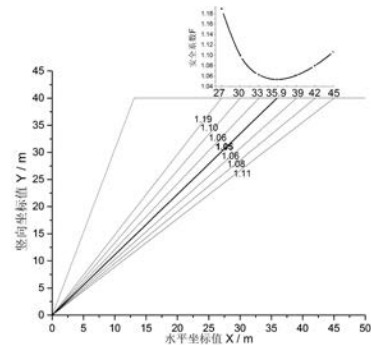


图7 库仑滑移模式的各滑裂面位置及安全系数

Fig.7 Slip surfaces and safety factors of Coulomb slip mode

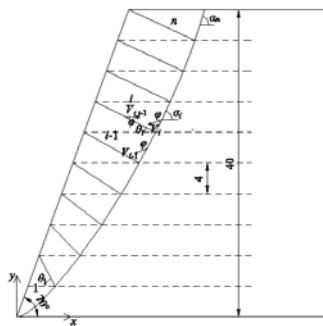
注：滑裂面上的数值为相应的计算安全系数，下同

从图中得知相应不同坡顶滑入点位置的滑面所获

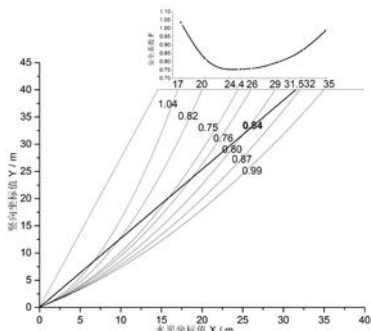
得的安全系数存在一个极值，即坡顶滑入点 x 坐标为 35.9 时，相应的安全系数最小，为 1.05。利用 geo-slope 软件中的 Janbu 极限平衡法计算可得未加筋边坡安全系数为 0.82，可见加筋后边坡安全性能有效提高。

4.1.2 主动滑移模式

假定加筋间距 S_v 为 4m，其它条件与前例相同。根据根据式(11)、(12)计算主动滑移模式的速度场，根据式(17)计算加筋边坡安全系数。图 8 试算了 7 个滑裂面，其中相应顶部滑入点 x 坐标为 24.4 的滑面为临界滑裂面，计算得主动滑移模式的最小安全系数为 0.75。图 8(b)中的直线滑裂面为根据库仑模式获得的最小安全系数，为 0.84。本例说明当加筋间距较大时，主动滑移模式较库仑滑移模式更接近临界滑移模式。



(a) 主动滑移模式上限解计算模型



(b) 临界滑裂面搜索及相应安全系数

图 8 S_v 为 4m 时主动滑移模式计算模型及安全系数解

Fig.8 Slip surfaces and safety factors of active slip mode when S_v is 4

下面回到图 7 所示算例，即加筋间距 S_v 减小为 2m 的情况，采用同样的步骤对主动滑移模式进行试算可得本算例最小安全系数为 1.21，较库仑滑移模式的最小安全系数 1.05 要大，表明随着筋材间距变密，库仑模式反而更接近临界滑移模式。

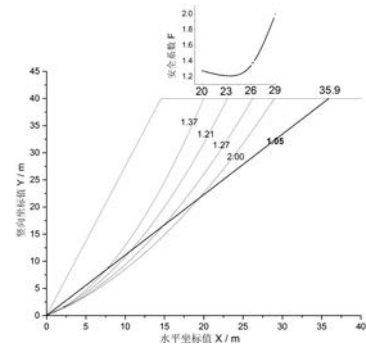


图 9 S_v 为 2m 时主动模式的滑裂面位置及安全系数

Fig.9 Slip surfaces and safety factors of active slip mode when S_v is 2

设筋材间距 S_v 为 1m，各试算滑裂面位置及相应安全系数如图 10 所示，可知其临界滑裂面位置十分接近坡表，且安全系数急剧增加，最小值为 7.02，较库仑最小安全系数 1.59 大得多。若将本算例的筋材间距进一步加密，条块倾斜界面倾角急剧减小，将导致根据速度协调式(11)、(12) 计算的速度值为负值，也即无法构造可能的速度场，从而导致无法计算。可以认定当筋材间距小于一定数值时，主动滑移模式不复存在，但相应库仑滑移模式的安全系数仍然是评价边坡安全状态的有效指标。

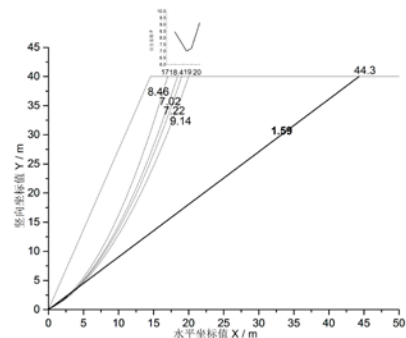
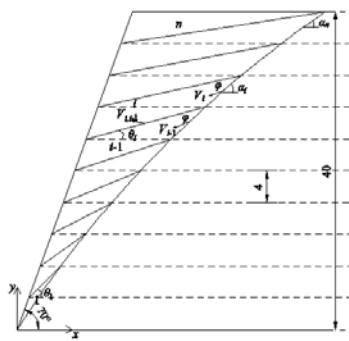


图 10 S_v 为 1m 时主动模式的滑裂面位置及安全系数

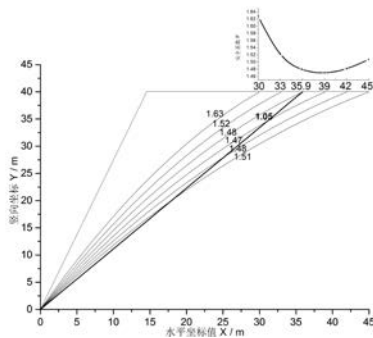
Fig.10 Slip surfaces and safety factors of active slip mode when S_v is 1

4.1.3 被动滑移模式

被动滑移模式的上限解计算简图见图 11(a)，及各试算滑裂面位置的相应安全系数如图 11(b)所示。假定加筋间距 S_v 为 2m，根据式(15)、(16)计算速度场，根据式(17)计算加筋边坡安全系数，并通过搜索获得临界滑裂面。如图 11 共 6 个试算滑裂面，同时标注了根据库仑理论获得的临界直线滑移面。



(a) 被动滑移模式上限解计算模型



(b) 临界滑裂面搜索及相应安全系数

图 11 被动滑移模式的计算模型及对应安全系数

Fig.11 Slip surfaces and safety factors of passive slip mode

根据试算结果可知，所有验算的滑移面相应安全系数均比库仑解 1.05 大，因此搜索临界滑裂面的过程实际上是被动滑移模式逐步向直线模式靠拢的过程，从实际应用角度看可以不必验算这一模式。

通过上述三种滑移模式比较可知，在实际工程采用的筋材间距情况下，库仑模式可能是唯一需要核算的破坏模式。这一计算方法简单、概念明确。Donald 和陈祖煜^[5]还指出，式(5)实际上是 Sarma 法中的静力平衡方程的虚功原理表达式，因此，它同时保证了静力平衡。故可认为，库仑滑移模式是计算加筋土挡墙的一个合理的方法。

4.2 筋材长度探讨

图 7 示例表明，最危险滑裂面对应的坡顶滑入点的 x 坐标值为 35.9m。为了保证所有的筋材都能通过滑裂面，筋材有效长度必须足够，即本例中最靠近坡顶的那根筋材的有效长度必须大于 21.7m。这里，筋材有效长度是指筋材总长减去锚固段长度的值。

若筋材有效长度不够，搜索临界滑裂面对应的实际受力筋材根数将减少，则其最危险滑裂面可能并不是上述搜索获得的临界滑裂面，而有可能向外移动，以图 12 为例。如果最靠近坡顶的那根筋材的有效长度

缩短为 17.2m，此时需对根据实际拉筋根数的各试算滑裂面安全系数进行试算，结果如表 1 所示。

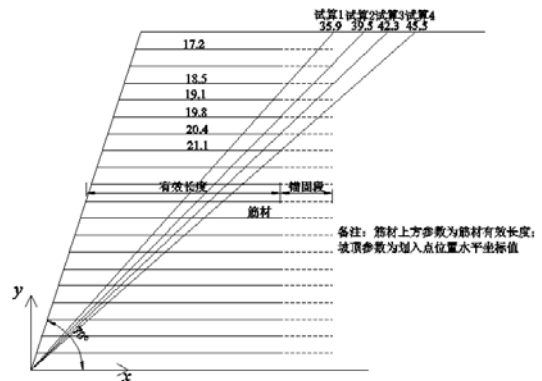


图 12 各试算滑裂面位置示意图

Fig.12 Location of each trial slip surfaces

表 1 各滑裂面计算结果

Table1 Calculated results of each trial slip surface

计算参数及结果	筋材有效长度 度足够	筋材有效长度不足			
		试算 1	试算 2	试算 3	试算 4
实际拉筋数 N_j	19	16	15	14	13
坡顶滑入点位置 x_p/m	35.9	35.9	39.46	42.28	45.53
安全系数 F	1.053	0.988	0.985	0.991	1.008

根据上述计算结果可见，当筋材有效长度减少为 17.2m 时，其最危险滑裂面发生在拉筋数为 15 的情况（试算 2），相应安全系数变小为 0.985。

4.3 普适性考核

笔者参考上述文献的设计图表，绘制了加筋土坡库仑滑移模式安全系数图，并对本文提出的加筋土坡库仑滑移模式上限解计算模型进行普适性考核。针对均质加筋土边坡的不同土体抗剪强度、筋材抗拉强度、加筋间距、坡高、坡角等参数进行无量纲化，定义无量纲参数 $\frac{c}{\gamma HF}$ 、 $\frac{\tan \phi}{F}$ 、 $\frac{TN_j}{\gamma H^2}$ ，其中 N_j 为受拉筋材数量，其他参数意义同上。根据无量纲化参数，可快速获得边坡安全系数或者设计筋材间距。

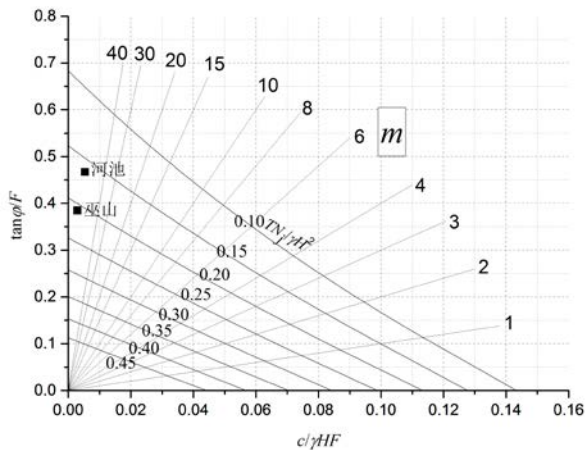


图 13 坡角 70 度的安全系数图

Fig.13 Stability chart for homogenous reinforced slope when slope angle is 70°

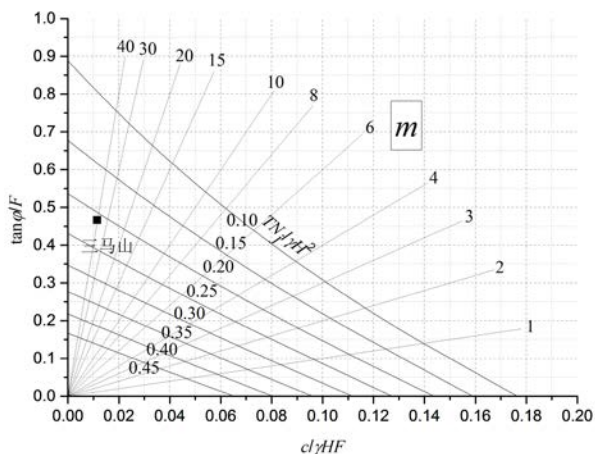


图 14 坡角 80 度的安全系数图

Fig.14 Stability chart for homogenous reinforced slope when slope angle is 80°

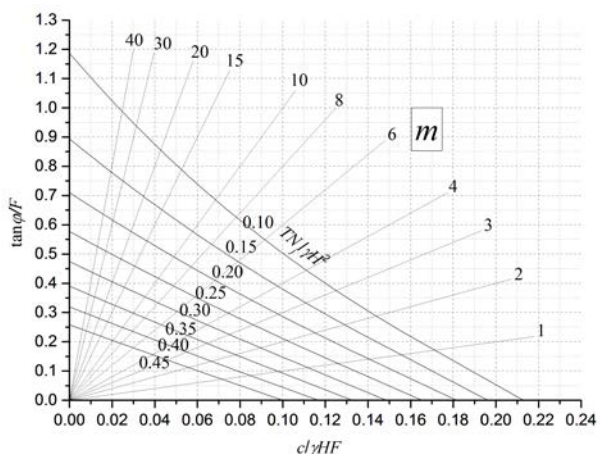


图 15 坡角 90 度的安全系数图

Fig.15 Stability chart for homogenous reinforced slope when slope angle is 90°

定义无量纲参数 m :

$$m = \frac{\tan \phi \gamma H}{c} \quad (18)$$

从原点绘制斜率为 m 的直线，与对应 $\frac{TN_j}{\gamma H^2}$ 的安全

系数曲线相交，可通过交点相应的 x 坐标 $\frac{c}{\gamma HF}$ 值或 y

坐标 $\frac{\tan \phi}{F}$ 值，计算获得安全系数值。

4.3.1 与其他计算方法对比

为比较分析 Michalowski 算法^[13]与本文算法的区别，笔者将两种算法的设计图表样式统一，针对无孔隙水压力、填料为无粘性土边坡的筋材强度设计建议值进行整理，如图 16 所示。（图中 m 为边坡坡比，其余参数同上。）

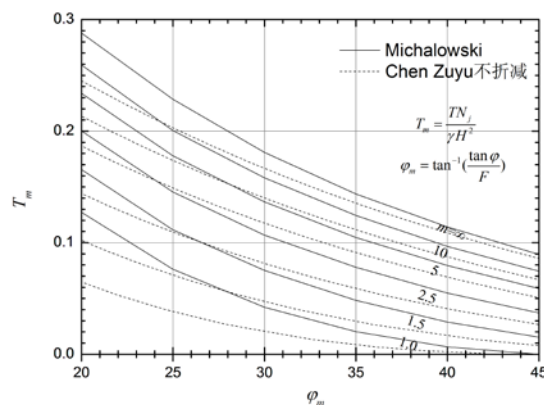


图 16 各加筋土坡设计图表对比

Fig.16 Design Charts for Required Tensile Resistance by Chen and Michalowski

可见对于同一边坡，采用相同的安全系数设计时，本文与 Michalowski 的设计图表变化趋势总体一致、结果接近，说明本文算法有效性。

4.3.2 安全系数图表应用

为验证安全系数图表的有效性。对国内有代表意义的三个加筋土挡墙简化模型进行了复核，其基本参数如表 2 所示。

表 2 工程实例基本参数

Table2 The basic parameters of the projects

工程名称	坡高	坡角	容重	凝聚力	摩擦角	筋材拉力
	H/m	$\beta/^\circ$	$\gamma/\text{kN/m}^3$	c/kPa	$\phi/^\circ$	T/ kN/m
巫山集仙中路 ^[16]	57	70	20	5	30	372
重庆奉节三马山 ^[16]	57	80	20.5	20	35	310
广西河池机场 ^[17]	60	70	20.8	10	35	142

根据上述工程实例的基本参数，即可通过在安全系数图中对应找到设计允许安全系数为 1.5 时所需的加筋间距，并与实际加筋间距对比，如表 3 所示。对应值已分别在图 13、图 14 中标示，相应无量纲参数

$\frac{c}{\gamma HF}$ 、 $\frac{\tan \varphi}{F}$ 、 $\frac{TN_j}{\gamma H^2}$ 也列于表 3。

表 3 工程实例计算结果

Table 3 Calculated results of the projects

工程名称	安全系数	$\frac{\tan \varphi}{F}$	$\frac{c}{\gamma HF}$	$\frac{TN_j}{\gamma H^2}$	计算间距/m	设计间距/m
巫山集仙中路 ^[16]	1.5	0.385	0.00292	0.21	1.5	0.9
重庆奉节三马山 ^[16]	1.5	0.467	0.01141	0.21	1.3	0.6
广西河池机场 ^[17]	1.5	0.467	0.00534	0.16	0.7	0.4

可以看出根据本文提出的以库仑模式为基础的加筋土坡稳定分析方法可以获得符合实际工程设计情况的解答。

5 工程案例分

三峡库区三马山加筋土挡墙为典型的高边坡加筋土挡墙^[16]，其位于三马山小区连接道的邓家屋场(东)，由于受地形、地质条件的限制，采用加筋土挡墙方案进行道路连接。挡墙最大高度位置分为三级，并设置了两级 5.0m 宽的错台，由上往下三级挡墙高度分别为：21.04m、18.20m、18.20m，总高达 57.44m。各级挡墙的加筋间距均为 60cm，且坡顶表面受到均匀分布的 60kN/m² 垂直荷载。加筋土挡墙填料就近取材选用了三马山小区道路兴建时掘弃的紫红色泥岩与灰黄、灰色泥灰岩、灰岩质块石及其部分风化残积土，土体参数为：重度 $\gamma=20.5\text{kN/m}^3$ ，黏聚力 $c=20\text{kPa}$ ，内摩擦角 $\varphi=35^\circ$ 。加筋土挡墙的筋带材料采用单层多股钢丝外包聚丙烯保护层制成的 CAT 钢塑复合扁带，其断裂强度为 $T=310\text{kN/m}$ ，为考虑筋材机械损伤，将筋材断裂强度折减系数取为 1.5。根据工程的实际情况，格栅的锚固长度取 2~3m，就足够满足其抗拔需求^[18]。故假定筋材的锚固段长度为 3m，以其剩余有效长度确定实际拉筋数量。该加筋土挡墙的基本概况，试算滑裂面位置及安全系数如图 17 所示。

参考文献

[1] FHWA NHI-00-043. Mechanically Stabilized Earth Walls and Reinforced Soil Slopes Design and Construction Guidelines [S]. Washington, D.C.: National Highway

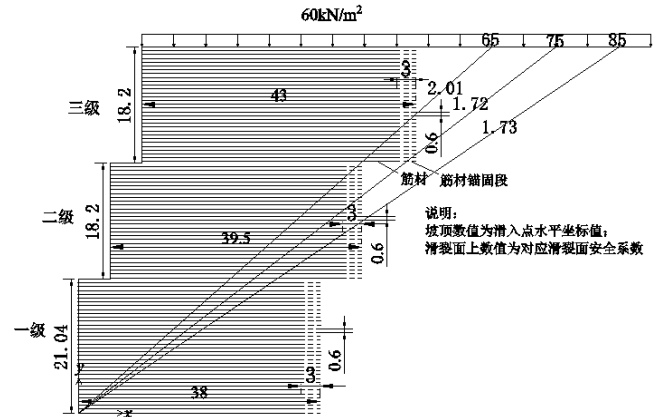


图 17 重庆奉节三马山 57m 加筋土挡墙简化剖面图

Fig.17 A simplified cross-sectional view of Chongqing

Sanmashan reinforced slope of height of 57m

采用库仑模式上限解法，对图 17 中所示的三个试算滑裂面进行试算，所得最小安全系数为 1.72，满足边坡规范中规定边坡设计安全系数大于 1.3 的规定，验证了本文算法的实用性。并利用 geo-slope 软件中 Janbu 极限平衡法计算可不考虑坡顶荷载的未加筋边坡安全系数为 0.45，表明筋材能有效提高边坡安全性。

6 结论

本文作者提出了而在利用上限解求解加筋土挡墙安全系数的方法，提出计算速度场可能的主动、被动、库仑三种滑移模式。研究表明，相应工程实践常规设计采用的加筋间距，库仑滑移模式最接近临界滑移模式。通常可以只复核这一模式，但需考虑滑裂面可能通过部分有效长度不足筋材的情况。本文开发了相应的安全系数图表(图 13~15)，以方便工程设计快速查找安全系数或设计所需筋材间距。针对多个工程实例简化边坡进行计算，论证了其可行性。本文复核了三马山分级高加筋土挡墙，验证了该计算模型的合理性。鉴于实际的加筋挡墙通常包含有较复杂的体形，在计算过程中可能存在滑裂面未通过全部筋材的情况，为方便求解，作者在已开发的 EMU 程序^[19]中增加了采用库仑模式计算加筋土挡墙安全系数的功能。

致谢

本工作受到国家 973 计划项目 (2014CB047000): “山区支线机场高填方变形和稳定控制关键基础问题研究” 项目支持。

Institute Federal Highway Administration and U.S. Department of Transportation: 2010.

[2] BS 8006-1:2010. Code of practice for strengthened/reinforced soils and other fills [S]. London.: BSI Standard Publication:

- 2010.
- [3] Chen W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam: Elsevier: 1975.
- [4] Michalowski, R. L. Three-dimensional analysis of locally loaded slopes. [J]. *Geotechnique*, 1989. 39, 27–38. *Journal of Geotechnical And Geoenvironmental Engineering*, 1997, 123(6): 546-556.
- [5] Donald I B, Chen Z Y. Slope stability analysis by the upper bound approach: fundamentals and methods[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1997, 34(6): 853-862.
- [6] Leshchinsky D, Reinschmidt A J. Stability of membrane reinforced slopes[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1985, 111(11): 1285-1300.
- [7] Leshchinsky D, Boedeker R H. Geosynthetic reinforced soil structures[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1989, 115(10): 1459-1478.
- [8] 徐俊, 王钊. 上限法分析加筋土挡墙破裂面及临界高度[J]. *武汉大学学报*, 2006, 39(1): 63~66 (Xu Jun, Wang Zhao. Analysis of rupture surface and critical height of reinforced retaining wall with upper-bound theory[J]. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2006, 39(1): 63~66(in Chinese)) .
- [9] 彭芳乐, 曹延波. 加筋砂土挡墙极限荷载的上限解[J]. *同济大学学报*, 2011, 39(11): 1598~1604 (Peng Fangle, Cao Yanbo. Upper bound solutions for ultimate load of reinforced-sand retaining walls[J]. *Journal of Tongji university Science*, 2011, 39(11): 1598~1604(in Chinese)) .
- [10] 沈均, 何思明, 吴永. 基于上限定理的边坡横向条分稳定计算[J]. *自然灾害学报*, 2010, 19(5): 132~136 (Shen Jun, He Siming, Wu Yong. Horizontal slice method of slope stability analysis based on upper bound theorem[J]. *Journal of Natural Disasters*, 2010, 19(5): 132~136(in Chinese)) .
- [11] 胡军, 钟龙, 杨昕光. 基于水平条分任意滑动面的边坡稳定性分析上限法[J]. *土木工程学报*, 2013, 46 (6): 117~121 (Hu Jun, Zhong Long, Yang Xinguang. Upper bound approach for slope stability analysis based on arbitrary sliding surface and horizontal slices[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2013, 46 (6): 117~121(in Chinese)) .
- [12] 杨昕光, 迟世春, 吕小龙. 加筋土石坝坡抗震稳定的上限极限分析[J]. *水利学报*, 2014, 45(3): 304~311 ((Yang Xinguang, Chi Shichun, Lv Xiaolong. Upper bound limit analysis for seismic stability of reinforced slopes of earth-rock dams[J]. *Shuili Xuebao*, 2014, 45(3): 304~311) (in Chinese)) .
- [13] Michalowski R L. Stability of uniformly reinforced slopes[J]. *Journal of Geotechnical and geo-environmental Engineering*, 1997, 123(6):546—556.
- [14] Michalowski R L. Soil reinforcement for seismic design of geotechnical structures[J]. *Computers and Geotechnics*, 1998, 23(1): 1-17.
- [15] Michalowski R L. Continuum versus structural approach to stability of reinforced soil[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1995, 122(2):152—162.
- [16] 殷跃平. 长江三峡库区移民迁建新址重大地址灾害及防治研究 [M]. 北京: 地质出版社, 2004:308~322.
- [17] 朱海龙. 加筋土挡墙的破坏特性与工程应用研究[D]. 北京: 中国水利水电科学研究院, 2013 (Zhu Hailong. The Study on Failure Features & Engineering Application of Soil Reinforced Retaining Wall[D]. Beijing: China Institute of Water Research & Hydropower Research, 2013(in Chinese)).
- [18] 杨永华. 土工格栅加筋土挡墙计算及筋材的锚固长度[J]. *科学与财富*, 2013(11): 326~327 (Yang Yonghua. Calculation of reinforced earth retaining wall and anchorage length of reinforced material [J]. *Sciences & Wealth*, 2013 (11): 326~327(in Chinese)) .
- [19] 陈祖煜. 岩质边坡稳定分析: 原理、方法、程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003:766~801. ((Chen Zuyu. Rock Slope Stability Analysis: Ttheory,Methods and Programs[M]. China Water Power Press, 2003:766~801. (in Chinese)) .