

关于“土坡稳定可靠度分析”一文的讨论

陈祖煜 张广文

(水利水电科学研究院)

《岩土工程学报》1994 年第 2 期发表了姚耀武的文章“土坡稳定可靠度分析”(以下简称“原文”)对土坡稳定可靠度分析中的一些影响因素及方法进行了十分有益的探讨。但其中有些问题还需深入研究。现结合我们在工作中遇到的一些问题,就以下几个方面的问题发表一些看法。

1 边坡稳定分析中极限状态方程的建立

边坡稳定的确定性分析方法最早由 Fellenius 提出,该法即瑞典圆弧法。后经过 Bishop, Janbu, Lowe 和 Karafiath, Morgenstern 和 Price, Spencer 等的发展和完善,现已成为比较成熟的一个体系^[1]。在进入可靠度分析领域时,自然要继承在确定性分析领域已经建立起来的这个理论体系。这里,首先遇到的一个问题是,在建立极限状态方程时,如何与现有的稳定分析体系保持一致。

原文在建立极限状态方程时,采用的原则是将稳定分析计算安全系数公式的右侧的分子和分母相减,例如,对于 Fellenius 法(公式中的符号沿用原文),计算安全系数的公式是

$$F = \left\{ \sum_{i=1}^n [c' b_i \sec \theta_i + (\gamma h_i - \gamma_w h_{wi}) b_i \cos \theta_i \operatorname{tg} \varphi'] \right\} / \sum_{i=1}^n (W_i \sin \theta_i + \frac{c_s W_i \alpha_i}{R}) \quad (1)$$

原文极限状态方程是

$$g(x) = \sum_{i=1}^n [c' b_i \sec \theta_i + (\gamma h_i - \gamma_w h_{wi}) b_i \cos \theta_i \operatorname{tg} \varphi'] - \sum_{i=1}^n (W_i \sin \theta_i + \frac{c_s W_i \alpha_i}{R}) \quad (2)$$

对于 Bishop 法,计算安全系数的公式是

$$F = \left\{ \sum_{i=1}^n [c' b_i + (1 - \gamma_w) \gamma h_i b_i \operatorname{tg} \varphi' / F] \operatorname{tg} \varphi' / F \right\} / \sum_{i=1}^n (W_i \sin \theta_i + c_s W_i \alpha_i / R) \quad (3)$$

原文极限状态方程是

$$F = \sum_{i=1}^n [c' b_i + (1 - \gamma_w) \gamma h_i b_i \operatorname{tg} \varphi' / F] \operatorname{tg} \varphi' / F - \sum_{i=1}^n (W_i \sin \theta_i + c_s W_i \alpha_i / R) \quad (4)$$

仔细比较一下式(3)和式(4),就可以发现,式(3)中的右侧包含的 F 在式(4)中消失了,边坡稳定分析的体系在进入可靠领域时走了样,在 Bishop 法中,安全系数 F 以隐式出现,其原因是,对一个

表 1 图 1 所示例的抗剪强度统计参数(情况 I) 尚未处于破坏状态的边坡,滑面上的法向应力和切向应力不能

土层	tgφ		C (kPa)		相关系数
	均值	标准差	均值	标准差	
I	0.781	0.03			
II	0.424	0.05	5.3	0.7	1
III	0.364	0.05	7.2	0.2	0.3

注:对情况 2,第 1 层土的 tgφ 的标准差为 0.15;第 3 层土 c 的标准差为 2,其它同表 1;对情况 3,第 1 层土的 tgφ 的标准差为 0.2,其它同表 1。

根据摩尔-库仑准则来决定,问题从本质上讲是静不定的。为此, Bishop 提出了一个安全系数的定义,即设想将土的抗剪强度指标 c', tgφ' 降低为 c'/F 和 tgφ'/F,土坡的一部分沿着某一滑裂面滑动,在这个滑裂面上,土体处处达到极限平衡,即正应力 σ'_n 和剪应力 τ 满足摩尔-库仑强度准则

$$\tau = \frac{c'}{F} + \sigma'_n \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{F} \quad (5)$$

这时法向应力 σ'_n 和切向应力 τ 中仅一个是未知量,因而使静力平衡条件变得可解。由此可见,在功能函数不等于零时,摩尔-库仑准则不成立,式(4)也就没有意义。

另外,稳定分析的一些更为严格,适用范围更广的方法,如 Spencer 法, Morgenstern-Price 法, Janbu 法等,其计算安全系数的公式对于 F 来说不包含一个分子除一个分母这样的形式,上述的这种分子减分母

• 到稿日期:1994-08-08.

构成极限状态方程的方法不仅在理论上而且在实际运用上也要遇到根本性的困难。

在边坡稳定可靠度分析领域内, 如何构筑极限状态方程这个问题在许多文献已有阐述, 实际上已经得到解决, 对某一滑裂面, 其边坡稳定可靠度指标 β 为 [2, 3]

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\mu_F - 1}{\sigma_F} \quad (6)$$

式中 μ_F, σ_F 分别为该滑裂面安全系数 F 的均值和标准差。这里的 F 指使用任何一个方法获得的安全系数。与式 (6) 相对应, 某一滑裂面的边坡稳定功能函数自然应是

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = F(X_1, X_2, \dots, X_n) - 1 \quad (7)$$

式中 $X_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为边坡稳定分析中的随机变量。

采用式 (7) 这样的功能函数和式 (6) 那样的计算可靠度指标的公式在结构可靠度方法的习惯作法中固然少见, 但是, 可以较好地符合边坡稳定分析的体系, 对稳定分析的各种方法都适用, 无须碰到一个方法, 就建立一个只适用于这个方法极限状态方程, 我们实际应用式 (6) 来计算相应圆弧和任意形状滑裂面的各种方法 (瑞典法, Bishop 法, Morgenstern 法), 已经取得了一定的经验, 证明是相当成功的。

2 关于确立临界滑裂面的原则和方法

传统的边坡稳定分析包含两个步骤: ① 计算一个特定的滑裂面的安全系数; ② 在这个滑裂面周围, 寻找一个临界滑裂面, 它给出最小的安全系数。近年来, 最优化方法已经成功地被应用于这个领域, 实现自动计算最小安全系数的功能^[4,5]。

在边坡稳定的可靠度分析中, 也应包含两个步骤^[3]: ① 计算一个特定的滑裂面的可靠度指标; ② 在这个滑裂面周围, 寻找一个临界滑裂面, 它给出最小的可靠度指标。

根据原文所引的参考文献, 原作者建议, 将确定性模型中找到的相应最小安全系数的临界滑裂面作为可靠度分析的验算滑裂面。这意味着, 在可靠度计算中使用的滑裂面其相应的可靠度指标不一定是最小的。这样的作法显然有悖于可靠度分析的初衷。因为, 分析对象应该是失效概率最大的那个滑裂面, 而不是在确定性模型中相应安全系数最小的滑裂面。笔者发现, 相应最小可靠度指标的临界滑裂面不仅和强度指标的均值有关, 而且和其变异系数有关。因此, 原文的作法不可取, 下面用一个例子说明。

如图 1 所示例, 滑裂面 4 为使用各土层均值进行确定性分析获得的临界滑裂面。现分别相应各土层不同的变异系数的三种情况进行计算, 有关参数见表 1。找到的最小的可靠度指标列于表 2 第 2 列, 相应 β_{\min} 如表 2, 相应的临界滑裂面如图 1 中 1, 2, 3 所示, 可见其位置和滑裂面 4 并不一致。滑裂面 3 相应的情况是第一土层的 $\text{tg}\varphi$ 有很大的变异系数, $\text{tg}\varphi$ 的标准差为 0.2, 这时, 计算结果表明相应的临界滑裂面 3 是一个较浅的滑弧, 全部通过了第一层土。临界滑裂面通过了变异系数最大, 因而不确定性也最大的这层土, 这样的分析结果应该说是符合实际的。

如果按照原文的建议, 把相应滑裂面 4 的可靠度指标当作问题的解答, 其值列于表 2 第 3 列, 可见, 与最小的可靠度指标 (第 2 列) 相差颇大。

顺便指出, 原文的做法, 实际上也是没有必要的。因为我们发现, 将确定性分析中自动计算最小安全系数方法推广到计算最小可靠度指标, 并没有任何附加的困难。[6]。

参 考 文 献

1 陈祖煜, 边坡稳定分析的极限平衡法 [博士学位论文]. 清华大学, 1991.

表 2 图 1 所示例不同变异系数情况下的 β 值

滑裂面编号	β_{\min}	相应滑裂面 4 的 β 值
1	1.757	2.845
2	2.731	3.35
3	3.532	3.898

注: 1. 滑裂面 4 为确定性分析的临界滑裂面, 相应最小安全系数为 1.388, 情况 1, 2, 3 相应的力学参数如表 1 及说明所示。

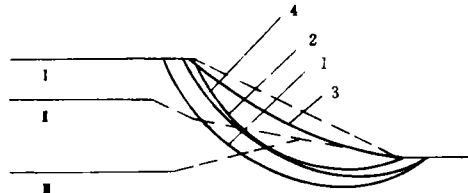


图 1 具有三层土的某一边坡算例

注: 临界滑裂面 1, 2, 3 分别相应表 1 及其说明中的情况 1, 2, 3。4 系表 1 中 c 和 $\text{tg}\varphi$ 的均值进行确定性模型分析获得的临界滑裂面。相应最小安全系数为 1.388。

- 2 Chowdhury R N. Recent Developments in Landslide Studies. Probabilistic Method, State-of-the-art, 4th International Symposium on Landslides. Toronto, 1982; 209~228.
- 3 Tabbal M M. Deterministic Versus Risk Analysis of Slope Stability, 4th International Symposium on Landslides. Toronto 1982; 491~498.
- 4 Chen Z, Shao C. Evaluation of Minimum Factor of Safety in Slope Stability Analysis, Canadian Geotechnical Journal, 1988 25 (4); 735~748
- 5 Chen Z. Experience with the Search of Minimum Factors of Safety of Slopes. Proceedings, 6th Australian New Zealand Conference on Geomechanics. 426~431.
- 6 张广文, 陈祖煜. Rosenbluth法的探讨及其在工程结构可靠度分析中的应用, 见: 全国第三届工程结构可靠性学术会议论文集, 南京, 1992. 52~58.

对“土坡稳定可靠度分析”讨论的答复^①

姚耀武

(清华大学水电工程系, 北京, 100084)

陈祖煜同志对“土坡稳定可靠度分析”一文提出一些深入讨论的问题是很有益的, 由于本文是偏重于研究影响土坡可靠度的因素, 因此对有些问题研究不够深入, 陈文的一些看法是深入研究这方面问题的很好建议。对今后研究工作是有意义的。以下就二方面问题进行说明:

1 关于极限状态方程的建立:

原文由于篇幅的限制对极限状态方程的建立没有引入详细推导, 正如陈文所述对于 Bishop 法, 计算安全系数公式如陈文中式 (3), 由于极限状态时安全系数 $F=1$, 因此得到如式 (4) 的极限状态方程 (原文为式 (6)), 式 (4) 中并不是 F 消失了, 而是隐含着 $F=1$ 。而这正是极限状态所定义的, 不少文献, 如原文 [1] 文献和其他不少学者在用 Bishop 法计算可靠度指标都这样定义的, 从计算结果也可以证明这样定义的正确性。

2 关于确立临界滑裂面的方法

由于原文不是专门研究可靠度计算中临界滑裂面的计算方法, 而只是引用一些其他文献研究成果, 用较简便方法寻找一个较危险滑动面, 然后着重研究在此可能滑动面上的一些影响因素所引起的变化规律。如原文引用的文献 [1] 中这样叙述: “本文计算结果表明, 直接搜索求得的 β_{\min} 值与通过计算 F_{\min} 而求得的 β_{\min} 值相当吻合, 而且 F 与 β 也几乎呈线性关系。Fellenius 法与 Bishop 法 F 与 β 之间的关系, 两种方法都有 $K=1$ 时, $\beta=0$ 的结果。……因此, 对于计算土坝稳定分析的可靠指标或失效概率, 一般可以先求出最小 F , 之后利用最小 F 所对应的圆弧求 β , 而这个 β 就是可靠指标 β_{\min} 。”另外, 冶金工业出版社出版, 由祝玉学著的“边坡可靠度分析”一书中, p. 269 在论述危险破坏面的优化求解方法一节有这样的论述: “在既定的边坡几何形状下, 任何假定的破坏面总存在一个与之相应的安全系数 F_s 和一个与之相应的破坏概率 P_f 。而且, 在所考虑的全部破坏面中, 存在一个安全系数最小 $F_s(\min)$ 或破坏概率最大 $P_f(\max)$ 的最危险破坏面。由于基本状态参数是随机变量, 并具有离散的性质, 所以, 相应的最危险位置并非确定。但是, 在边坡稳定性问题中, 把破坏面位置固定而产生的影响并不大, 采用基本变量均值确定相应最小安全系数的破坏面, 作为可靠度分析的破坏面, 完全可以满足工程精度要求。”

陈文指出的, 相应最小可靠指标的临界滑动面不仅和强度指标的均值有关, 而且和其变异系数有关。这个观点是对的, 正因为如此, 应该将土坡危险破坏面的优化求解法作为今后研究内容之一, 而原文没有能深入分析, 陈文在这方面提出了补充是很有益的。

^① 到稿日期: 1994-08-25.